

① Написати једназину праве која сега праве

$$p: \frac{x+5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{4} \quad \text{и} \quad q: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}$$

и паралелна је равнина

$$\alpha: 2x - y + 3z + 2 = 0 \quad \text{и} \quad \beta: 6x + 9y - 3z + 1 = 0.$$

② Истићи шок и скицати график функције

$$f(x) = \frac{(x+1)\sqrt[3]{x^2}}{x+2}$$

③ У зависности од вредности реалног параметра  $a$  дискутовати и решити систем ј-на

$$ax + y - z = 1$$

$$x + ay - z = \frac{a+1}{2}$$

$$x - y - az = 1$$

Алгебра

Матрице

Зоран Кец

1. Решити диференцијалну једначину

$$y''' - 2y'' - 3y' + 10y = e^{-2x}(1 - x + \cos x)$$

2. Израчунајте запремину шела које ограниава површ

$$(2x^2 + y^2 + 3z^2)^2 = 4xyz.$$

3. Израчунајте циркуланцију векторског поља

$$\vec{F} = \cancel{4x} z \vec{i} + (2y^2 + 4z^2) \vec{j} + (x+y) \vec{k}$$

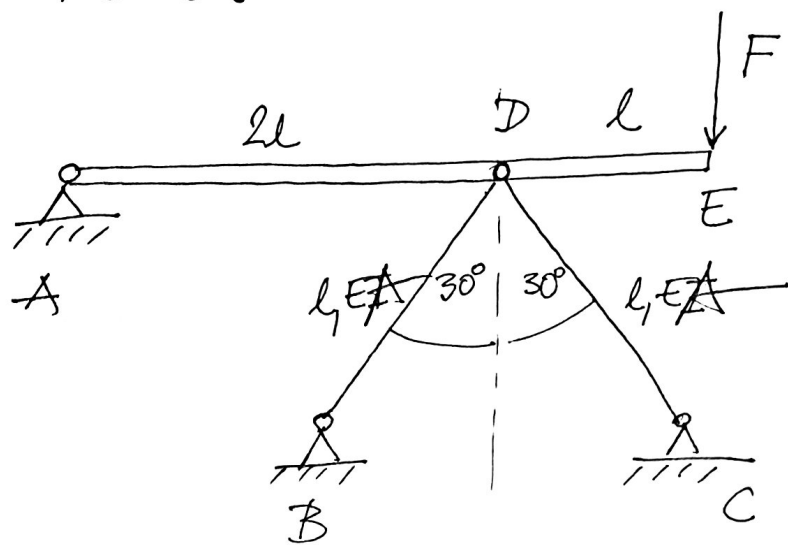
дуж криве

$$c: \begin{cases} x = 4 - y^2 - z^2 \\ x = z^2 \end{cases}$$

Крива  $c$  је позитивно оријентисана када се иде из тачке  $(10, 0, 0)$ .

Државни Универзитет  
Теша  
Милановић

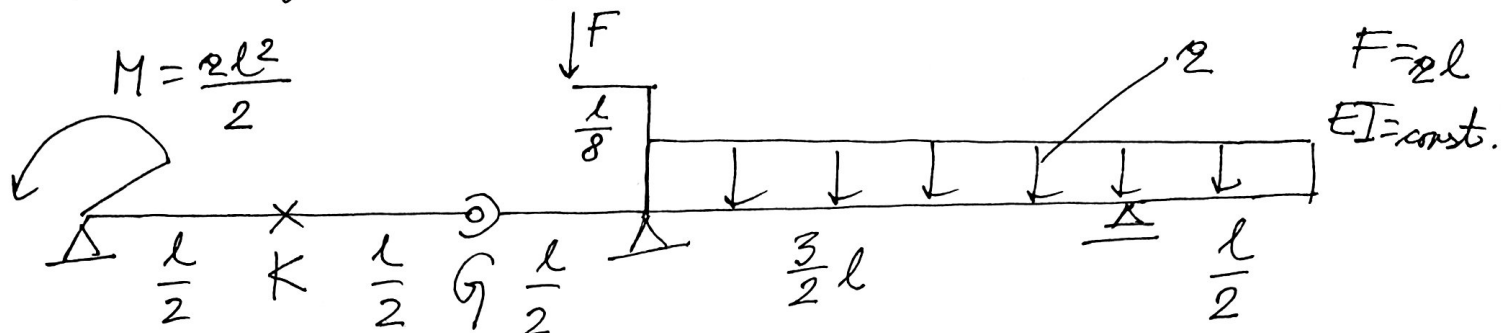
ZA PRIKAZANI SISTEM NA SLICI GDE JE ADE  
 KRUTA GREDA, \* BD i CD ŠTAPOVI ODREDITI POMERANJE  
 TAČKE E.



1. Gornji Jamb
2. Dno Jamb
3. Džubne Džub

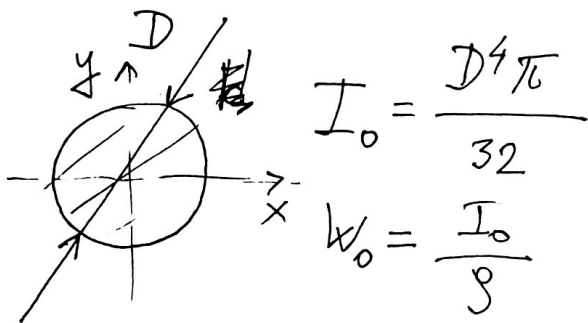
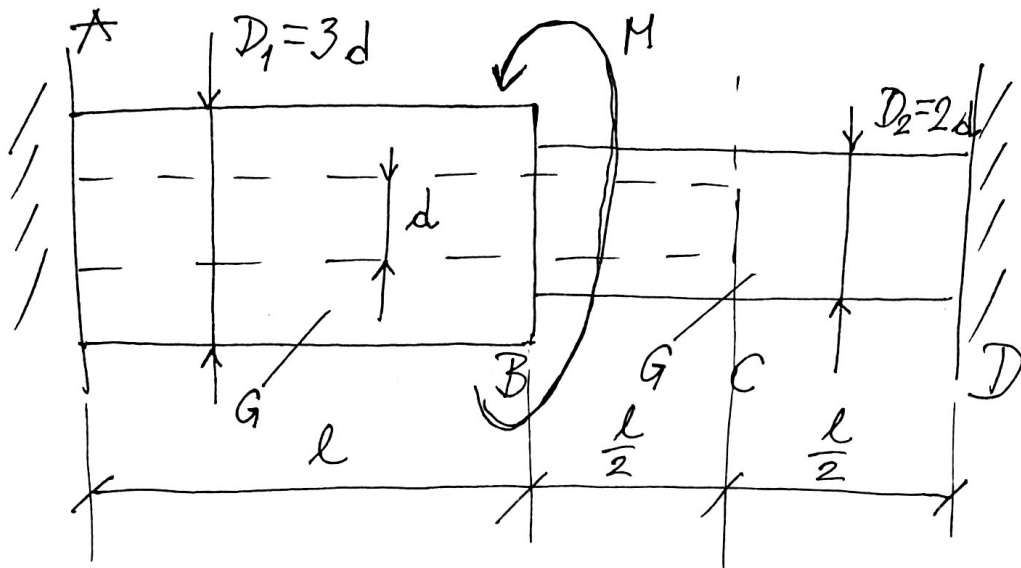
2. ZA STATIČKI NEODREĐENU GREU SA GERBEROM

G NACRTATI STATIČKE DIAGRAME I ODREDITI  
 POMERANJE TAČKE K.



1. Gornji Jukić
2. Mraz Jukić
3. Mraz Jukić

3. ZA VRATILO PRIKAZANO NA SLICI ODREDITI REAKCIJE OSLOMACA I NACRTATI DIAGRAM MOMENTA UVIJANJA. ODREDITI UGAO UVIJANJA U PRESEKU C.



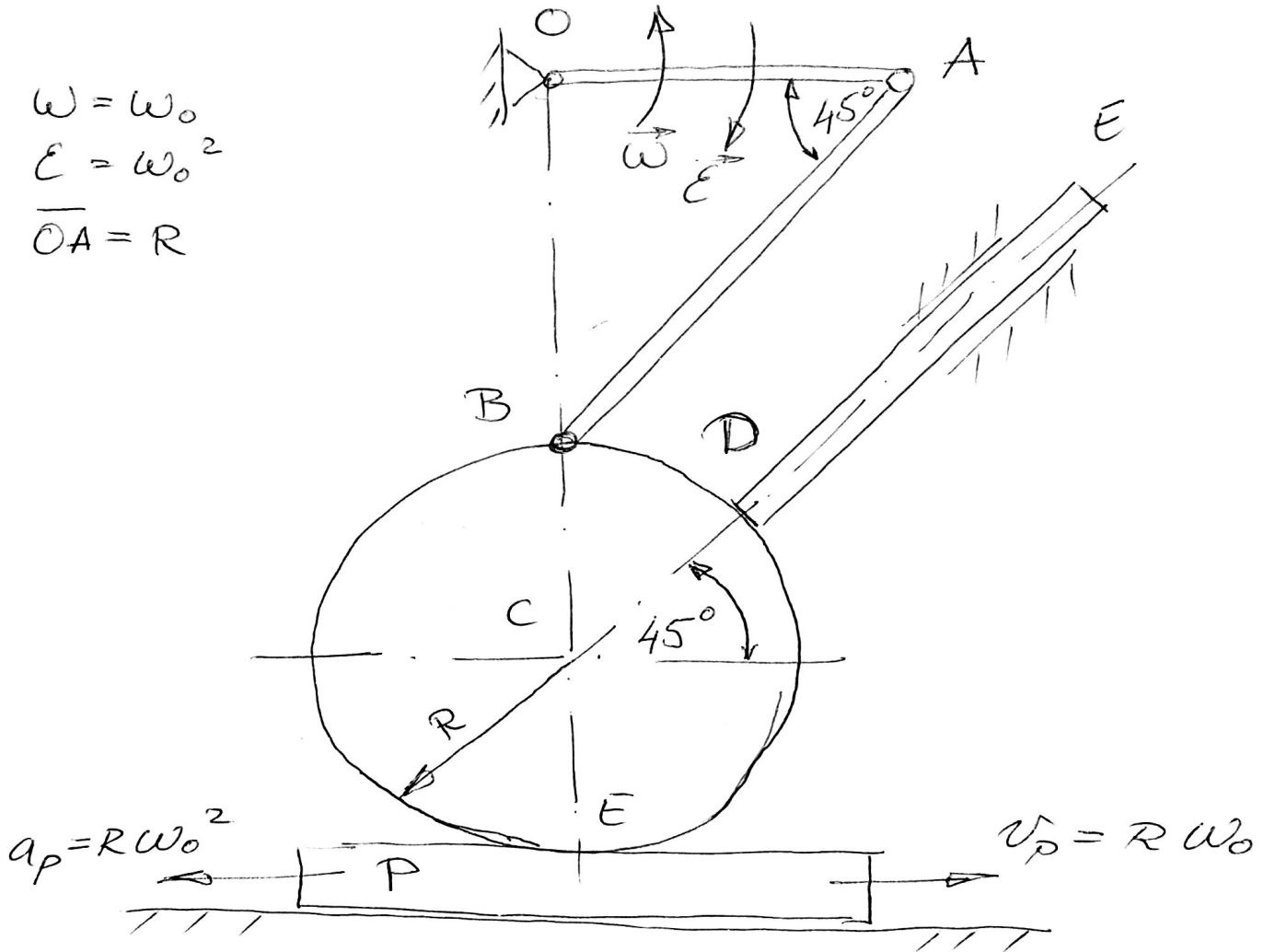
1. Gornje Jarko
2. Iva Jarko
3. Iva Jarko

① Mehaničari u položaju prikazanom na slici sastoji se od: štapa OA dužine R koji se obrće ugaonom brzinom i ugaonom ubrzanjem smerova prikazanih na slici, štapa AB koji je u tačkama A i B zglobno vezan, diska poluprečnika R. Prizmatično telo (P) kreće se duž horizontalne nepokretne podloge brzinom i ubrzanjem prikazanih na slici. O disk u tački D oslanja se štap DE koji klizi duž vodica pod uglom od  $45^\circ$  prikazanog na slici. Ako su ugaona brzina štapa OA  $\omega = \omega_0$  i ugaono ubrzanje  $\epsilon = \omega_0^2$ , brzina i ubrzanje ploče  $v_p = R\omega_0$  i  $a_p = R\omega_0^2$  smerova datih na slici odrediti brzinu i ubrzanje tačke E.

$$\omega = \omega_0$$

$$\epsilon = \omega_0^2$$

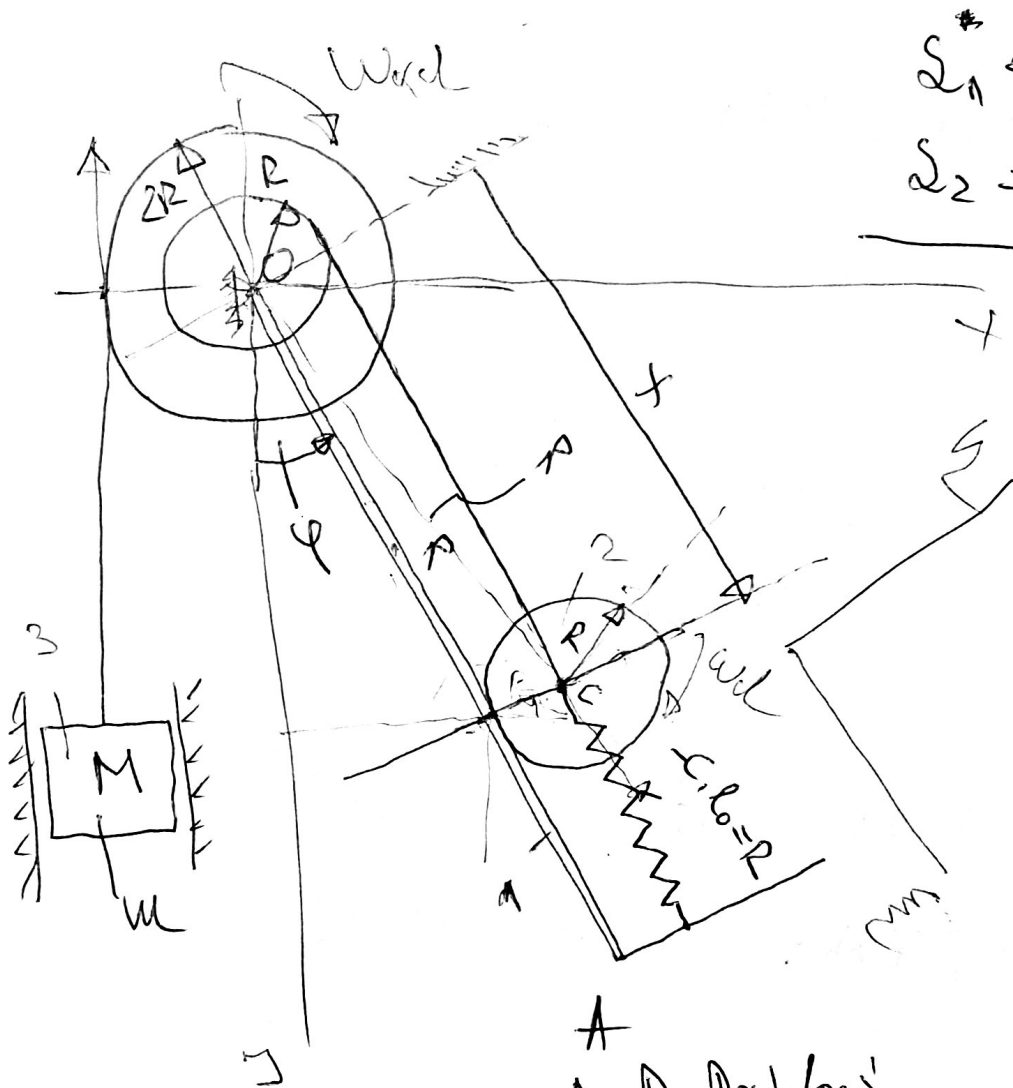
$$\overline{OA} = R$$



1. Goro Jurić
2. A. Vuković
3. Stjepan Perko
4. R. Podulović
5. A. Huković

2) Mehanički sistem prikazan na slici sastoji se od: koaksijalnog diska 1 poluprečnika  $R$  i  $2R$  koji se obrće oko nepokretne horizontalne ose  $Oz$ , štapa  $OA$  dužine  $4R$  i mase  $m$  koji je u tački  $O$  zglobno vezan, diska poluprečnika  $R$  i mase  $m$  koji se kotrlja bez klizanja po štapu  $OA$ , tenetu  $M$  mase  $m$  koji je užeštu vezan kao što je prikazano na slici. Centar diska  $C$  vezan je oprugom krutosti  $c$  i dužine  $u$  nenapregnutom stanju  $l_0=R$ . Za izbor generalisanih koordinata  $q_1=\varphi$  i  $q_2=X$ , odrediti:

- formirati diferencijalne jednačine kretanja razmatranog mehaničkog sistema,
- silu u užetu u preseku  $p-p$



$$q_1 = \varphi$$

$$q_2 = X$$

- A
- D. Dodulović
  - Ervin Jukić
  - A. Hukosmit
  - A. Vuković
  - Šljepčević Perko

1. Хомогени конусни вентил ( $D = 800 \text{ mm}$ ,  $h = 600 \text{ mm}$ )

затвара какавни отвор одводне цреви.

У суду и цреви се налазе две течности

густина  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$  и  $\rho_2 = 3300 \text{ kg/m}^3$  а

потпунсак у простору изнад течности

остале се сила  $F$  на клин

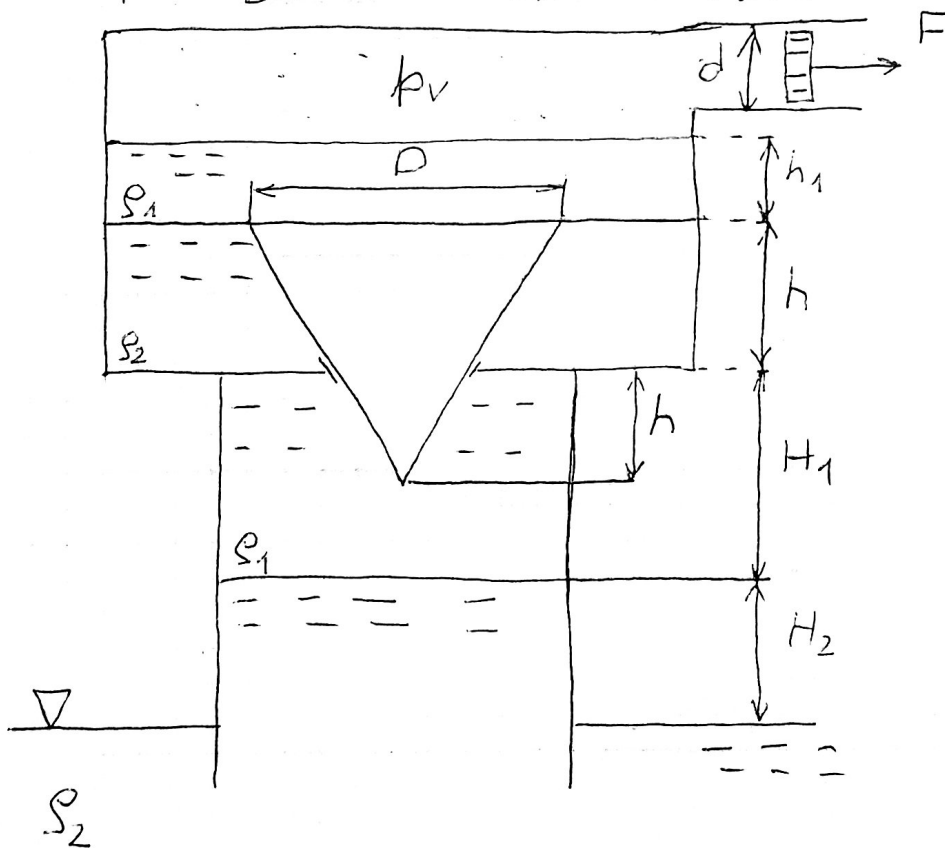
пречника  $d = 200 \text{ mm}$ . Висине ливог течности

су:  $h_1 = 1,5 \text{ m}$ ,  $H_1 = 0,8 \text{ m}$  и  $H_2 = 0,3 \text{ m}$ .

Одредити минималну масу вентила тако

да отвор остане затворен при дејству

силе  $F = 220 \text{ N}$  на клин.



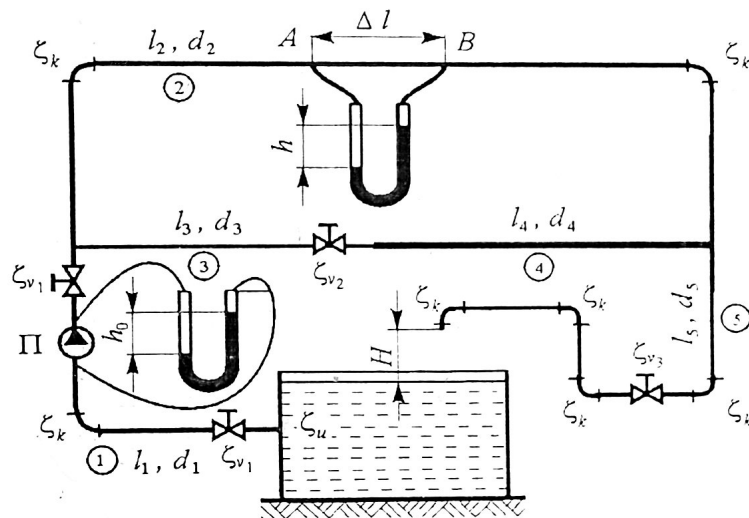


2

Zadatak 9.26/ Na prikazanoj instalaciji sa vodom, ugrađeni živini diferencijalni manometri pokazuju  $h = 30\text{ mm}$  i  $h_0 = 750\text{ mm}$ .

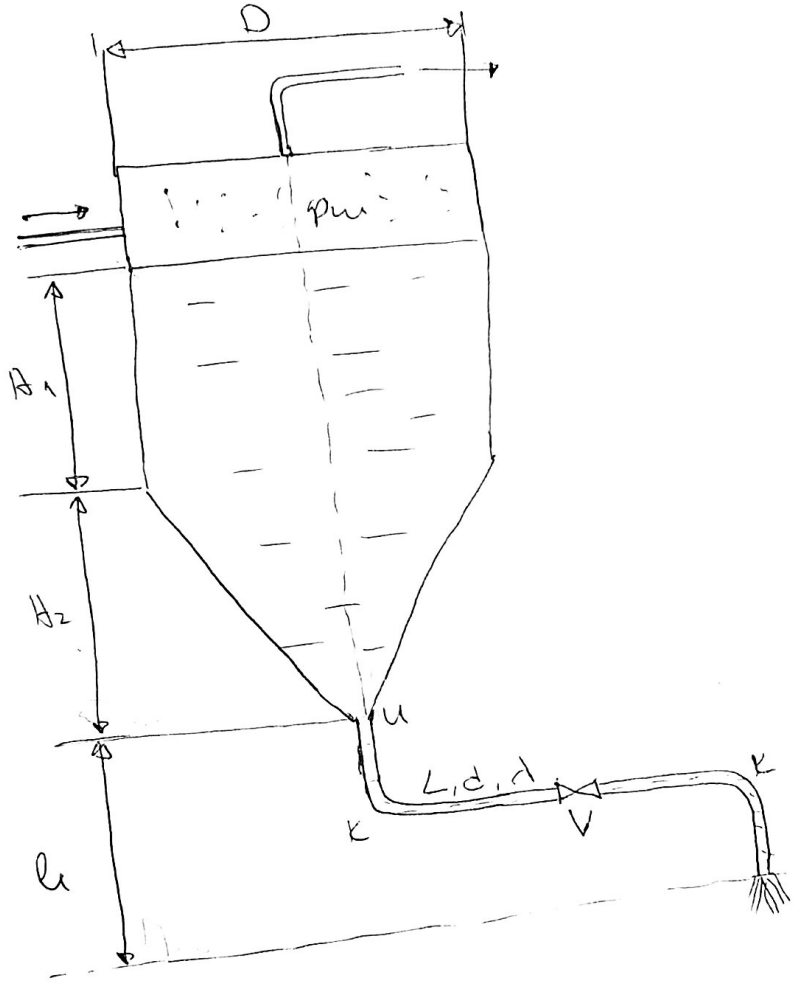
Odrediti protok vode kroz instalaciju i koeficijent otpora ventila  $\zeta_{v3}$ , ako su dati sledeći podaci:

$H = 1\text{ m}$ ,  $d_1 = d_2 = d_5 = 50\text{ mm}$ ,  $d_3 = 20\text{ mm}$ ,  $d_4 = 40\text{ mm}$ ,  $l_1 = 6\text{ m}$ ,  $l_2 = 10\text{ m}$ ,  $l_3 = l_4 = 2\text{ m}$ ,  
 $l_5 = 9\text{ m}$ ,  $\Delta l = 3\text{ m}$ ,  $\zeta_u = \zeta_k = 0,5$ ;  $\zeta_{v1} = \zeta_{v2} = 2$ ,  $\rho_z = 13600\text{ kg/m}^3$  i  $\lambda = 0,035$ .



3

Cirkulnski odvojao kapi vode prazni se kroz prikljucni prasti cevovod  
 Cirkulnski radi konstantnom natpritisnom  $p_{atm} = 0,3 \text{ [bar]}$  Zmehariti dotok  
 vode u cirkulnski. Odrediti vreme protujenja cirkulnski, ako su dati podaci  
 $D = 2 \text{ [m]}$ ;  $d = 50 \text{ [mm]}$ ;  $l = 1 \text{ [m]}$ ;  $H_1 = 3 \text{ [m]}$ ;  $H_2 = 5 \text{ [m]}$ ;  $L = 4 \text{ [m]}$   
 $\rho = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ ,  $\xi_u = 0,5$ ;  $\xi_k = 0,5$ ;  $\xi_v = 2,5$ ;  $\lambda = 0,03$

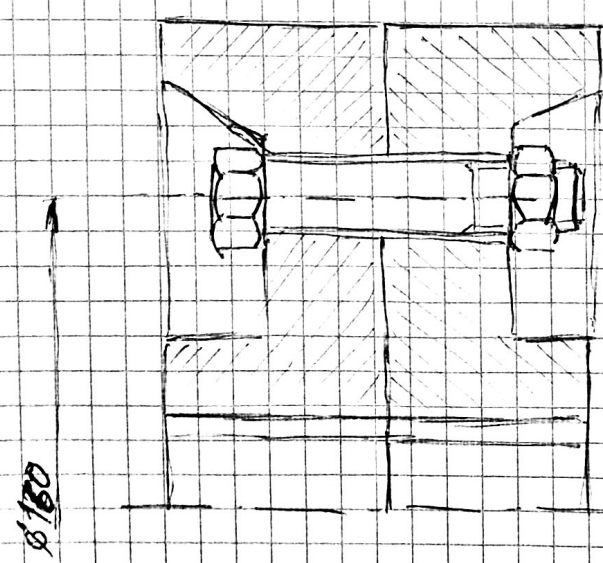


# Zadatak 1.



Veza oboda spojnice ostvarena je nepodešenim zavrtanjem M8, materijala oznake 8.8. koeficijent trenja u navojnom paru je 0,16. Stepen sigurnosti protiv klizanja je 1,5. koeficijent trenja na dodirnim površinama je 0,20. Prečnik <sup>kruga</sup>  $V_{\text{pro}}$  koje su raspoređeni zavrtanci je 160mm. Materijal oboda spojnice je č30S61. Potrebno je odrediti:

- ① Odrediti stepen sigurnosti zavrtanjske veze ako spojnicu prenosi snagu od 20 kW, pri broju obrtaja od 250 min<sup>-1</sup>
- ② Odrediti vrednost momenta ~~pritiska~~  $M_{\text{pr}}$  pritezanja.
- ③ Odrediti veličinu zavrtanja ako se repodešena zameni podešenom zavrtanjskom vezom. (Broj zavrtanja i materijal zavrtanja ostaje isti.) usvojiti stepen sigurnosti (etačnat u tački 1)



Broj zavrtanja u vezi je  $n(z) = 8$

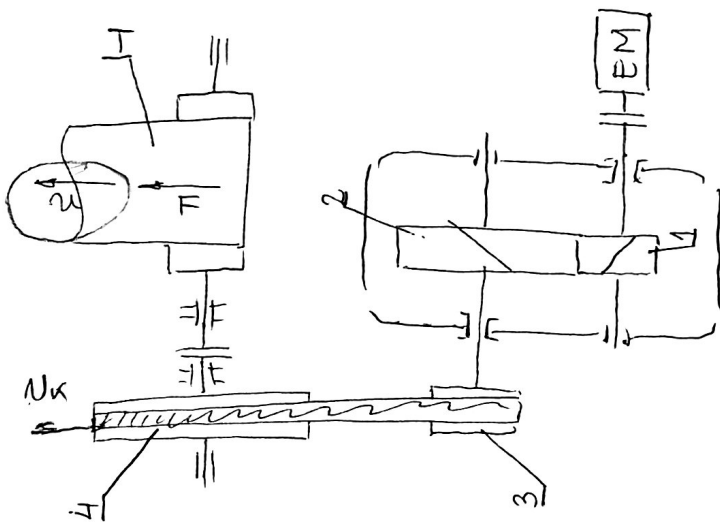
- MFL: Jovan Suvacki
- FIN: ~~Marko Suvacki~~
- MFB: ~~Marko Suvacki~~
- MPBL: ~~Marko Suvacki~~

TRANSPORTER T DOBIJA POGON OD ELEKTROMOTORA EM PREKO  
 CIJLINDRIČNOG ZUPČASTOG PARA SA KOSIM ZUPCIMA 1-2 I  
 REMENOG PARA 3-4. PRONOSNIK RADI SA MALIM UDARIMA.  
 PRI POZNATOJ BRZINI TRAKE  $v$  I VUČNOJ SILI TRAKE  
 $F$  POTREBNO JE:

a) ~~IZRAČUNATI~~ ODREDITI BROJ ZUBA ZUPČANIKA 2 TAKO DA  
 KINEMATSKI PRENOSNI ODNOS IZNOSI  $u = 2,8 \pm 5\%$ ,  $x_1 + x_2 > 0$ ,  
~~IZRAČUNATI~~

b) IZRAČUNATI MINIMALNU ŽIRINU ZUPČANIKA TAKO DA STEPEN  
 SIGURNOSTI BOKOVA ŽUBACA BUDE 1,25,  $K_A \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_{H\beta} = 1,15$

$$x_1 = \frac{2}{3} x_2, a = 250 \text{ mm}$$



STEPEN SPREZANJA ODREDITI  
 RAČUNSKI.

SMATRATI DA JE  $\epsilon_{\beta} > 1$ , A

$$\epsilon_{\beta} = 1$$

PROIZVOD KOREKCIJONIH FAKTORA  
 KRITIČNOG NAPONA:

$$z_{NT} \cdot z_L \cdot z_R \cdot z_v \cdot z_w \cdot z_x = 0,9$$

$$v_T = v_K$$

c) ODREDITI ODNOS RADNIH NAPONA I PODNOŠIJU ŽUBACA  
 ZUPČANIKA 1 I 2

POZNATO JE:

ZUPČASTI PAR:  $z_1 = 25$   $m_n = 5 \text{ mm}$   $\beta = 18,5^\circ$   $\alpha_n = 20^\circ$  IT7  $\eta_{12} = 0,98$

MATERIAL:  $\checkmark$  4321 ( $\checkmark$  20MnCr5)

KAIŠNI PAR:  $d_3 = 360 \text{ mm}$   $z_{34} = 3$   $\eta_{34} = 0,97$  KLIZANJE

KAIŠA ZANMARITI

TRANSPORTER:  $v = 1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   $F = 3000 \text{ N}$

MFBL: *[Signature]*

FINK: *[Signature]*

MF8: *[Signature]*





Übunge 0)  $p_0 = 200 \text{ kPa}$   
 $h_0 = 2585,33 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  }  $X_0 = \frac{h_0 - h_0'}{h_0'' - h_0'} = \frac{2585,33 - 504,7}{2706,9 - 504,7}$   
 $X_0 = \frac{2080,63}{2202,2} = \boxed{0,945}$

$s_0 = s_0' + X_0 (s_0'' - s_0') = 1,5301 + 0,945 (7,1286 - 1,5301)$

$s_0 = \boxed{6,8207 \text{ kJ/kgk}}$  ①

Übunge 2id)  $p_{2id} = 5 \text{ kPa}$   
 $s_{2id} = 6,8207 \text{ kJ/kgk}$  }  $X_{2id} = \frac{s_{2id} - s_2'}{s_2'' - s_2'}$

$h_2' = 137,77 \text{ kJ/kg}$        $s_2' = 0,4762 \text{ kJ/kgk}$

$h_2'' = 2561,2 \text{ kJ/kg}$        $s_2'' = 8,3952 \text{ kJ/kgk}$

$X_{2id} = \frac{6,8207 - 0,4762}{8,3952 - 0,4762} = 0,801$  ①  $\Rightarrow h_{2id}$

$h_{2id} = h_2' + X_{2id} (h_2'' - h_2') = 137,77 + 0,801 (2561,2 - 137,77) = 2078,93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  ①

Übunge 2)  $\eta_d^{T2} = \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_{2id}} \Rightarrow h_2 = h_0 - \eta_d^{T2} (h_0 - h_{2id})$  ①

$h_2 = 2585,33 - 0,86 (2585,33 - 2078,93) = \boxed{2149,83 \text{ kJ/kg}}$

Übunge 3)  $h_3 = h_{2id} = h_2' = 137,77 \text{ kJ/kg}$  ①

$s_3 = s_3' = s_2' = 0,4762 \text{ kJ/(kgk)}$

Übunge 4)  $s_3 = s_4 = 0,4762$   
 $p_4 = p_0 = 200 \text{ kPa}$

125,8	0,4364
138,07	0,4762
167,6	0,572

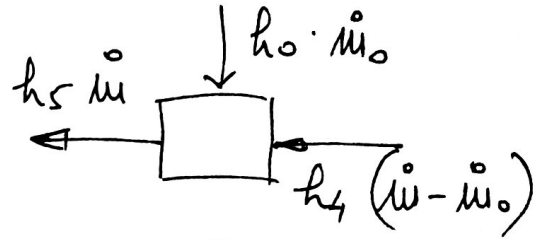
kur. wär.  $\rightarrow h_4 = 138,07 \text{ kJ/kg}$

Übunge 5)  $p_0 = 200 \text{ kPa} \Rightarrow h_0 = h_0' = 504,7 \text{ kJ/kg}$  ①

$$h_0 \cdot \dot{m}_0 + h_4 (\dot{m} - \dot{m}_0) = h_5 \cdot \dot{m} \quad (3)$$

$$\dot{m}_0 (h_0 - h_4) = \dot{m} (h_5 - h_4)$$

$$\dot{m}_0 = \dot{m} \frac{h_5 - h_4}{h_0 - h_4} = 20 \frac{504,7 - 138,07}{2585,33 - 138,07} = 2,99 \sim 3 \text{ kg/s} \quad (2)$$



$h_6 = ?$  (Task 6)

$$\left. \begin{aligned} p_6 &= p_1 = 10 \text{ MPa} \\ \lambda_5 &= \lambda_6 = \lambda_0' = 1,5301 \end{aligned} \right\}$$

$h$	$\lambda$
510,6	1,5188
515,1	1,5301
552,9	1,625

$$P_{\text{pump1}} = (\dot{m} - \dot{m}_0) (h_4 - h_3) = 17 \cdot (138,07 - 137,77) = 5,1 \text{ kW} \quad (2)$$

$$P_{\text{pump2}} = \dot{m} (h_6 - h_5) = 20 (515,1 - 504,7) = 208 \text{ kW} \quad (2)$$

$$P_{\text{turb}} = \dot{m} (h_1 - h_0) + (\dot{m} - \dot{m}_0) (h_0 - h_2)$$

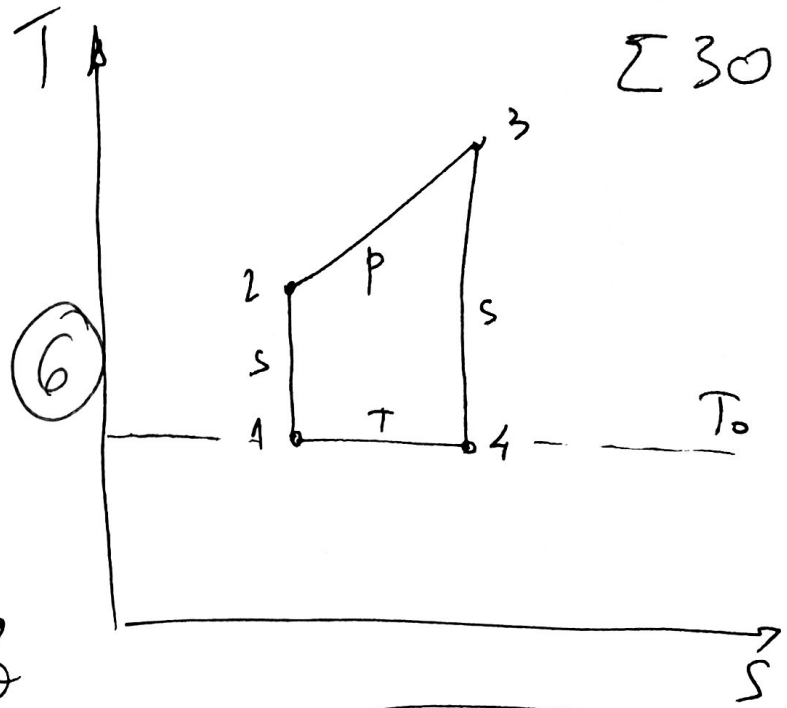
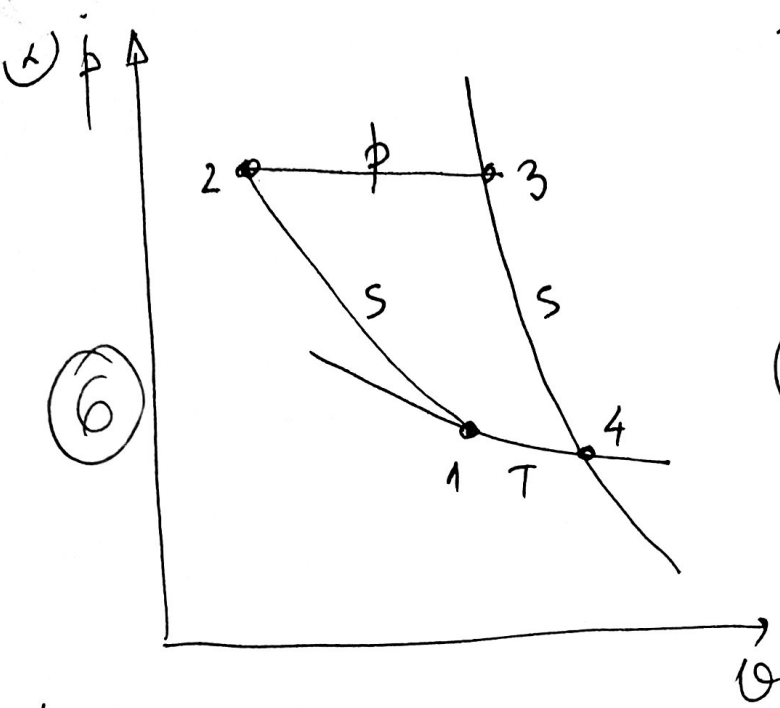
$$P_{\text{turb}} = 20 (3374,1 - 2585,33) + 17 (2585,33 - 2149,83) \quad (2)$$

$$P_{\text{turb}} = 23 \ 179 \text{ kW}$$

$$\eta_{\text{t,R-C}} = \frac{P_{\text{turb}} - (P_{\text{pump1}} + P_{\text{pump2}})}{\dot{m} (h_1 - h_6)} \quad (4)$$

$$\eta_{\text{t,R-C}} = \frac{23 \ 179 - (5,1 + 208)}{20 (3374,1 - 515,1)} = 0,4 \quad (3)$$





$|Q_{4-1}| = 121,5 \text{ kJ}$        $Q_{4-1} = -Q_{out}$        $\delta Q = T dS$

$\Delta S_{out} = 0,405 \text{ kJ/K}$       (3)  $T_{out} = \frac{Q_{out}}{\Delta S_{out}} = \frac{121,5}{0,405} = 300 \text{ K}$

$T_2 = 2T_{out} = 600 \text{ K}$

$Q_{2-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$

(2-3)  $p = \text{idem} \rightarrow \Delta S_{2-3} = \Delta S_{out} = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_3}{T_2} / \text{exp}$

$T_3 = T_2 \cdot \exp \left[ \frac{\Delta S_{2-3}}{m \cdot c_p} \right] \rightarrow T_3 = 900 \text{ K}$  (8)

$\eta_t = \frac{m \cdot c_p (T_3 - T_2) + m R T_1 \ln \frac{v_1}{v_4}}{m \cdot c_p (T_3 - T_2)} = \frac{m c_p (T_3 - T_2) + m R T_1 \ln \frac{T_1}{T_4}}{m c_p (T_3 - T_2)}$

$m \cdot c_p \ln \frac{T_3}{T_2} + m R \ln \frac{v_1}{v_4} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{\ln \frac{T_3}{T_2}}{T_3 - T_2}$

$\eta_t = \frac{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) + Q_{4-1}}{m \cdot c_p (T_3 - T_2)} = \frac{1,009 \cdot (900 - 600) - 121,5}{1,009 (300)}$  (4)

$\eta_t \approx 0,6$  (3)

$$\begin{aligned} (1-2) \quad V &= \text{idem} \\ (2-3) \quad p &= \text{idem} \end{aligned}$$

$$1) \quad p_1 = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 303 \text{ K}$$

$$Q_{1-3} = 12,5 \text{ kJ}$$

$$V_3 = 3V_1$$

$$\text{bazgyx } R_u = 287 \text{ J/(kgK)}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot z_1 = \frac{0,12^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,3 = 0,0094248 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{p_1 V_1}{R_u T_1} = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 0,0094248}{287 \cdot 303} = 0,02167 \text{ kg} \quad (3)$$

$$(2-3) \quad p = \text{idem} \quad \Rightarrow \quad \frac{T}{V} = \text{idem} \quad \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_3 \cdot \frac{V_2}{V_3}$$

$$T_2 = \sqrt[3]{3} T_3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_3 = 3T_2} \quad (3)$$

$$Q_d = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) + m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) \quad (5)$$

$$Q_d = m \cdot c_v T_2 - m \cdot c_v T_1 + m \cdot c_p \cdot 2T_2$$

$$Q_d = T_2 (m \cdot c_v + 2m \cdot c_p) - m \cdot c_v T_1$$

$$T_2 = \frac{Q_d + m \cdot c_v T_1}{m \cdot c_v + 2m \cdot c_p} = \frac{12,5 \cdot 10^3 + 0,02167 \cdot 716 \cdot 303}{0,02167 (716 + 2 \cdot 1004)}$$

$$T_2 = 291,4 \text{ K} \quad (6) \quad (292,2 \text{ K})$$

$$p_2 = \frac{m R T_2}{V_1} = \frac{0,02167 \cdot 287 \cdot 291,4}{0,0094248} = 0,19229 \text{ MPa} \quad (3)$$

$$m_t \cdot g + m_u \cdot g + p_{\text{amb}} \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = p_2 \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \quad (6)$$

$$m_t = \frac{\frac{d^2 \pi}{4} (p_2 - p_{\text{amb}}) - m_u \cdot g}{g}$$

$$m_t = \frac{\frac{0,12^2 \pi}{4} (0,19229 - 0,1) \cdot 10^6 - 180 \cdot 9,81}{9,81} = 117,8 \text{ kg} \quad (4)$$

